अदिश राशि (Scalar Quantity) और सदिश राशि (Vector Quantity) की परिभाषा उदाहरण सहित लिखिए,

अदिश और सदिश राशियों की परिभाषा और उनके उदाहरण स्रोतों के आधार पर नीचे दिए गए हैं:

1. अदिश राशि (Scalar Quantity)

अदिश राशि वह भौतिक राशि है जिसे व्यक्त करने के लिए **केवल परिमाण (Magnitude)** की आवश्यकता होती है, किसी भी प्रकार की दिशा (Direction) की नहीं,।

• उदाहरण:
  ◦ **दूरी (Distance)**
  ◦ **चाल (Speed)**
  ◦ **द्रव्यमान (Mass):** जैसे 5 kg
  ◦ **तापमान (Temperature):** जैसे 20°C

2. सदिश राशि (Vector Quantity)

सदिश राशि वह भौतिक राशि है जिसे पूर्ण रूप से दिखाने या व्यक्त करने के लिए **परिमाण (Magnitude) और दिशा (Direction)** दोनों की आवश्यकता होती है,। यदि किसी राशि की दिशा बदल दी जाए, तो उसका मान या चिन्ह भी बदल जाता है,।

• उदाहरण:
  ◦ **विस्थापन (Displacement):** जैसे 20 मीटर उत्तर-पूर्व (North-East) दिशा में जाना,
  ◦ **वेग (Velocity)**
  ◦ **बल (Force):** जैसे किसी वस्तु पर एक निश्चित दिशा में 5 न्यूटन का बल लगाना,
  ◦ **त्वरण (Acceleration)**
  ◦ **संवेग (Momentum)**
  ◦ **भार (Weight)**

संक्षेप में:

• **अदिश = केवल परिमाण**
• **सदिश = परिमाण + दिशा**

वेक्टर का निरूपण (Representation of Vector): एक वेक्टर को अल्फाबेट और तीर (Arrow) के माध्यम से कैसे दिखाया जाता है? इसमें 'हेड' (Head) और 'टेल' (Tail) का क्या महत्व है?

वेक्टर का निरूपण (Representation) मुख्य रूप से **अल्फाबेट (Alphabet)** और उसके ऊपर लगे एक **तीर (Arrow)** के माध्यम से किया जाता है,।

1. अल्फाबेट और तीर का उपयोग: किसी वेक्टर को व्यक्त करने के लिए एक अक्षर (जैसे A, B, C) का उपयोग किया जाता है और उसके ऊपर एक तीर का निशान लगाया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि हमें 'A' को वेक्टर के रूप में दिखाना है, तो उसे A लिखा जाएगा,। यहाँ 'A' अल्फाबेट है और ऊपर लगा तीर यह दर्शाता है कि यह एक सदिश राशि है।

2. हेड (Head) और टेल (Tail) का महत्व: वेक्टर को दर्शाने वाले तीर के दो मुख्य हिस्से होते हैं:

• **हेड (Head):** तीर के नुकीले या शीर्ष भाग को 'हेड' कहा जाता है,। यह वेक्टर की **दिशा (Direction)** को प्रदर्शित करता है,।

• **टेल (Tail):** तीर के पिछले या नीचे वाले हिस्से को 'टेल' कहा जाता है,।

इनका महत्व निम्नलिखित कारणों से है:

• **परिमाण (Magnitude):** तीर की कुल लंबाई वेक्टर के **परिमाण** को दर्शाती है,। जितनी लंबी रेखा होगी, परिमाण उतना ही अधिक होगा।

• **वेक्टरों का योग (Vector Addition):** हेड और टेल का उपयोग वेक्टरों को आपस में जोड़ने के लिए किया जाता है। **त्रिभुज के नियम (Triangle Law)** के अनुसार, दो वेक्टरों को जोड़ते समय **पहले वेक्टर के हेड (Head)** को **दूसरे वेक्टर के टेल (Tail)** से जोड़ा जाता है,,।

संक्षेप में, अल्फाबेट और तीर का यह संयोजन न केवल यह बताता है कि राशि सदिश है, बल्कि उसकी दिशा और परिमाण को भी स्पष्ट रूप से दर्शाता है।

त्रिभुज का नियम (Triangle Law of Vector Addition) को चित्र सहित समझाइए,। ◦ समांतर चतुर्भुज का नियम (Parallelogram Law of Vector Method) का कथन (Statement) लिखिए,।

सदिशों को जोड़ने के लिए आपके द्वारा पूछे गए दोनों नियमों की व्याख्या स्रोतों के आधार पर नीचे दी गई है:

1. सदिश योग का त्रिभुज नियम (Triangle Law of Vector Addition)

इस नियम के अनुसार, यदि हमें दो वेक्टरों (मान लीजिए A और B) को जोड़ना है, तो हम उन्हें एक त्रिभुज की दो भुजाओं के रूप में व्यवस्थित करते हैं।

• **विधि:** सबसे पहले कोई एक वेक्टर (जैसे A) लें। इसके बाद, **पहले वेक्टर के हेड (Head)** को **दूसरे वेक्टर (जैसे B) के टेल (Tail)** से जोड़ते हैं।

• **परिणामी (Resultant):** अब पहले वेक्टर के टेल से दूसरे वेक्टर के हेड की ओर एक तीसरी रेखा खींचते हैं जो त्रिभुज को पूरा करती है। यह तीसरी रेखा विपरीत दिशा (Opposite direction) में परिणामी वेक्टर (R) को दर्शाती है। उदाहरण के लिए, यदि A और B एंटी-क्लॉकवाइज दिशा में हैं, तो परिणामी R क्लॉकवाइज दिशा में होगा।

• **सूत्र:** $R=A+B$।

चित्र का वर्णन: कल्पना कीजिए कि एक तीर (वेक्टर A) क्षैतिज दिशा में है। इसके नुकीले सिरे (Head) से दूसरा तीर (वेक्टर B) ऊपर की ओर शुरू होता है। इन दोनों को जोड़ने वाली तीसरी तिरछी रेखा, जो A के शुरुआती बिंदु से B के अंतिम सिरे तक जाती है, परिणामी R कहलाती है।

----

2. समांतर चतुर्भुज का नियम (Parallelogram Law of Vector Addition)

कथन (Statement): इस नियम के अनुसार, यदि किसी बिंदु पर कार्य कर रहे **दो सदिशों (Vectors)** को परिमाण और दिशा में किसी **समांतर चतुर्भुज की दो सन्निकट (Adjacent) भुजाओं** द्वारा प्रदर्शित किया जाए (जो एक ही बिंदु से शुरू होती हों), तो उनका **परिणामी (Resultant)** उस समांतर चतुर्भुज के **विकर्ण (Diagonal)** द्वारा प्रदर्शित होता है जो उसी बिंदु से होकर गुजरता है।

• इस नियम में दोनों वेक्टरों (A और B) को इस तरह सेट किया जाता है कि वे एक-दूसरे को टच करें।

• परिणामी वेक्टर (R), इन दोनों वेक्टरों के योग के बराबर होता है।

• **सूत्र:** $R=A+B$।

यह नियम इस सिद्धांत पर आधारित है कि समांतर चतुर्भुज की आमने-सामने की भुजाएं बराबर और समांतर होती हैं, इसलिए वे समान वेक्टर मानी जा सकती हैं।

वेक्टरों का वियोजन (Resolution of Vectors): किसी वेक्टर को उसके क्षैतिज (Horizontal) और ऊर्ध्वाधर (Vertical) घटकों में कैसे तोड़ा जाता है?

वेक्टरों का वियोजन (Resolution of Vectors) वह प्रक्रिया है जिसमें एक अकेले वेक्टर को दो या दो से अधिक भागों या घटकों (Components) में तोड़ा जाता है। मुख्य रूप से किसी वेक्टर को दो लंबवत घटकों में विभाजित किया जाता है: **क्षैतिज घटक (Horizontal Component)** और **ऊर्ध्वाधर घटक (Vertical Component)**।

किसी वेक्टर को उसके घटकों में तोड़ने का तरीका नीचे विस्तार से दिया गया है:

• **थीटा (θ) का महत्व:** वेक्टर को वियोजित करते समय यह देखना महत्वपूर्ण है कि वह किस अक्ष के साथ कोण (थीटा) बना रहा है।

• **क्षैतिज घटक ($f\cos\theta$):** जिस घटक या अक्ष के साथ **थीटा (θ) लगा होता है**, उसे हमेशा $\cos\theta$ के रूप में लिया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि एक बल f क्षैतिज अक्ष के साथ कोण बना रहा है, तो उसका क्षैतिज घटक $f\cos\theta$ होगा।

• **ऊर्ध्वाधर घटक ($f\sin\theta$):** जिस घटक के साथ **थीटा नहीं लगा होता**, उसे $\sin\theta$ के रूप में लिया जाता है।

उदाहरण के माध्यम से समझें: यदि 10 न्यूटन ($10N$) का एक बल (वेक्टर) क्षैतिज से 30° के कोण पर कार्य कर रहा है, तो उसे इस प्रकार तोड़ा जाएगा,:

1. **क्षैतिज घटक (Horizontal Component):** $10\cos 30^\circ$। $\cos 30^\circ$ का मान 23 रखने पर यह 53 न्यूटन आता है।
2. **ऊर्ध्वाधर घटक (Vertical Component):** $10\sin 30^\circ$। $\sin 30^\circ$ का मान 21 रखने पर यह 5 न्यूटन आता है।

सरल शब्दों में, वियोजन का अर्थ है बलों को दो भागों में बांट देना ताकि उनका अध्ययन आसान हो सके। यदि किसी वेक्टर x को वियोजित करना है और कोण θ दिया है, तो इसके दो घटक $x\cos\theta$ और $x\sin\theta$ होंगे।

अदिश गुणनफल (Dot Product) और इसके गुणों की व्याख्या स्रोतों के आधार पर नीचे दी गई है:

अदिश गुणनफल (Dot Product) की व्याख्या

दो वेक्टरों के अदिश गुणनफल को **डॉट प्रोडक्ट** भी कहा जाता है। इसका गणितीय सूत्र निम्नलिखित है: $A \cdot B = AB\cos\theta$ यहाँ A और B क्रमशः वेक्टर A और B के **परिमाण (Magnitude)** हैं और θ उन दोनों वेक्टरों के बीच बनने वाला **कोण** है।

अदिश गुणनफल की मुख्य विशेषता यह है कि इसका परिणाम हमेशा एक **अदिश राशि (Scalar Quantity)** होती है, यानी इसमें कोई दिशा नहीं होती।

एकांक वेक्टरों के गुण (Properties of Unit Vectors)

अदिश गुणनफल में एकांक वेक्टरों (i, j, k) के व्यवहार के संबंध में कुछ महत्वपूर्ण नियम हैं:

• **समान वेक्टरों का गुणनफल ($i \cdot i = 1$):** जब समान एकांक वेक्टरों का आपस में डॉट प्रोडक्ट निकाला जाता है, तो उसका मान हमेशा **1** आता है।

- $i \cdot i = 1$
- $j \cdot j = 1$
- $k \cdot k = 1$ इसका कारण यह है कि समान दिशा होने के कारण इनके बीच का कोण 0° होता है और $\cos 0^\circ = 1$ होता है।

• **असमान वेक्टरों का गुणनफल ($i \cdot j = 0$):** यदि अलग-अलग एकांक वेक्टरों का आपस में गुणा किया जाए, तो परिणाम **शून्य (0)** आता है।

- उदाहरण के लिए: $i \cdot j = 0$ या $i \cdot k = 0$। इसका कारण यह है कि ये वेक्टर एक-दूसरे के लंबवत (90° पर) होते हैं और $\cos 90^\circ = 0$ होता है।

व्यावहारिक उपयोग: जब हम दो वेक्टरों (जैसे $2i+3j$ और $1i+2j$) का गुणा करते हैं, तो गणना को आसान बनाने के लिए केवल **i वाले पद को i के साथ, j वाले को j के साथ** और **k वाले को k के साथ** गुणा किया जाता है, क्योंकि अन्य सभी संयोजन शून्य हो जाते हैं।

बल वह **बाह्य कारण (External Cause)** है जिसके द्वारा किसी पिंड या वस्तु की स्थिति में परिवर्तन किया जाता है या परिवर्तन करने का प्रयास किया जाता है,। सरल शब्दों में, किसी वस्तु को **धक्का देना (Push)** या उसे **खींचना (Pull)** ही बल कहलाता है।

बल के प्रभाव

बल के मुख्य प्रभाव निम्नलिखित हैं:

- **स्थिति में परिवर्तन (Change in Position):** बल के प्रयोग से किसी स्थिर वस्तु (Rest) को गति (Motion) में लाया जा सकता है। उदाहरण के लिए, यदि कोई पिंड रखा है और उस पर पर्याप्त बल लगाया जाए, तो वह आगे की ओर खिसकने लगता है,।
- **गति या चाल में परिवर्तन (Change in Speed):**
  - यदि बल किसी गतिशील वस्तु की दिशा में ही लगाया जाए, तो उसकी **चाल बढ़ जाती है**।
  - यदि बल गति की विपरीत दिशा में लगाया जाए, तो वस्तु की **चाल कम हो जाती है**।
- **दिशा में परिवर्तन (Change in Direction):** बल के माध्यम से किसी गतिशील पिंड की दिशा को बदला जा सकता है,। जैसे साइकिल चलाते समय हैंडल पर बल लगाकर उसकी दिशा को मोड़ा जा सकता है।
- **आकार और माप में परिवर्तन (Change in Shape and Size):** बल किसी वस्तु के रूप और उसकी लंबाई-चौड़ाई को बदल सकता है। स्रोतों में इसका उदाहरण **आटे की लोई** के माध्यम से दिया गया है; जिसे दबाने या मारने पर उसका आकार और माप दोनों बदल जाते हैं,।

अन्य महत्वपूर्ण तथ्य

- **सूत्र:** बल (F) = द्रव्यमान (m) × त्वरण (a)।
- **मात्रक:** बल का मात्रक **न्यूटन (Newton)** या **डाइन (Dyne)** होता है।
- **विमा (Dimension):** बल की विमा $[M^1L^1T^{-2}]$ है।

बल का सूत्र, मात्रक और विमा का विवरण नीचे दिया गया है:

- **बल का सूत्र:** बल (f) का गणितीय सूत्र $f=m\times a$ है। यहाँ m का अर्थ वस्तु का **द्रव्यमान (Mass)** है और a का अर्थ **त्वरण (Acceleration)** है।
- **मात्रक:** बल के दो मुख्य मात्रक होते हैं:
  - **न्यूटन (Newton):** यह MKS पद्धति (SI इकाई) में बल का मात्रक है।
  - **डाइन (Dyne):** यह CGS पद्धति में बल का मात्रक है।
- **विमा (Dimension):** बल की विमा $[M^1L^1T^{-2}]$ होती है,। इसे द्रव्यमान (किग्रा) और त्वरण (मीटर/सेकंड^2) के गुणनफल के आधार पर निकाला जाता है,।

स्रोतों में बल को एक **सदिश राशि (Vector Quantity)** बताया गया है क्योंकि इसमें परिमाण के साथ-साथ दिशा भी होती है,

रैखिक संवेग (Linear Momentum) की परिभाषा, मात्रक और प्रकृति का विवरण नीचे दिया गया है:

• **परिभाषा (Definition):** रैखिक संवेग किसी वस्तु के **द्रव्यमान (Mass)** और उसके **वेग (Velocity)** के गुणनफल (Multiplication) को कहते हैं। यदि किसी वस्तु का द्रव्यमान m है और वह v वेग से गति कर रही है, तो उसका संवेग $p=mv$ होगा। सरल शब्दों में, यह वस्तु की गति की मात्रा को दर्शाता है।

• **राशि का प्रकार (Type of Quantity):** रैखिक संवेग एक **सदिश राशि (Vector Quantity)** है क्योंकि इसे व्यक्त करने के लिए परिमाण के साथ-साथ एक निश्चित **दिशा (Direction)** की भी आवश्यकता होती है।

• **मात्रक (Unit):** संवेग का SI मात्रक **किग्रा मीटर/सेकंड (kg·m/s)** होता है। इसे द्रव्यमान के मात्रक (किग्रा) और वेग के मात्रक (मीटर/सेकंड) को आपस में गुणा करके निकाला जाता है।

उदाहरण: यदि 2 किग्रा द्रव्यमान की कोई वस्तु 40 मीटर/सेकंड के वेग से दौड़ रही है, तो उसका रैखिक संवेग $2\times40=80$ किग्रा मीटर/सेकंड होगा

संवेग संरक्षण का नियम (Law of Conservation of Linear Momentum) भौतिक विज्ञान का एक महत्वपूर्ण सिद्धांत है, जो यह बताता है कि यदि किसी निकाय (System) पर कोई बाह्य बल कार्य न करे, तो उसका कुल संवेग स्थिर या संरक्षित रहता है,।

इसे सिद्ध करने की प्रक्रिया स्रोतों के आधार पर नीचे दी गई है:

1. प्रारंभिक स्थिति (Before Collision)

मान लीजिए दो गेंदे (या पिंड) हैं जिनका द्रव्यमान क्रमशः m_1 और m_2 है,। टक्कर से पहले इनका प्रारंभिक वेग क्रमशः u_1 और u_2 है। इस स्थिति में, निकाय का कुल प्रारंभिक संवेग निम्नलिखित होगा:

• **प्रारंभिक संवेग =** $m_1u_1+m_2u_2$

2. टक्कर की स्थिति (During Collision)

जब ये दोनों गेंदे आपस में टकराती हैं, तो वे एक-दूसरे पर बल लगाती हैं,।

• मान लीजिए गेंद A द्वारा गेंद B पर लगाया गया बल F_{AB} है।

• न्यूटन के तीसरे नियम (क्रिया-प्रतिक्रिया) के अनुसार, गेंद B भी गेंद A पर विपरीत दिशा में उतना ही बल लगाएगी, जिसे $-F_{BA}$ (ऋणात्मक चिह्न विपरीत दिशा को दर्शाता है) कहा जाएगा,।

• अतः, $F_{AB}=-F_{BA}$।

3. गणितीय उपपत्ति (Mathematical Proof)

बल का सूत्र $F=ma$ होता है और त्वरण (a) का मान $tv-u$ होता है। टक्कर के बाद के अंतिम वेग को v_1 और v_2 मान लेते हैं।

सूत्र में मान रखने पर: $m_1a_1=-m_2a_2$ $m_1(tv_1-u_1)=-m_2(tv_2-u_2)$

चूंकि टक्कर का समय (t) दोनों के लिए समान है, इसलिए यह कट जाएगा: $m_1(v_1-u_1)=-m_2(v_2-u_2)$ $m_1v_1-m_1u_1=-m_2v_2+m_2u_2$

अब वेग के पदों को व्यवस्थित करने पर,: $m_1u_1+m_2u_2=m_1v_1+m_2v_2$

निष्कर्ष

उपरोक्त समीकरण से यह सिद्ध होता है कि **टक्कर के पहले का कुल संवेग** ($m_1u_1+m_2u_2$) **टक्कर के बाद के कुल संवेग** ($m_1v_1+m_2v_2$) **के बराबर होता है**,। यही संवेग संरक्षण का नियम है।

यह सिद्धांत दैनिक जीवन में **बंदूक के पीछे हटने (Recoil of Gun)** जैसी घटनाओं में भी देखा जाता है, जहाँ गोली आगे बढ़ने पर बंदूक समान संवेग से पीछे की ओर धक्का देती है,

बंदूक का पीछे हटना (Recoil of Gun) संवेग संरक्षण के सिद्धांत का एक बेहतरीन उदाहरण है। जब बंदूक से गोली चलाई जाती है, तो गोली आगे की दिशा में जाती है और बंदूक पीछे की ओर धक्का देती है।
स्रोतों के आधार पर इसकी विस्तृत व्याख्या नीचे दी गई है:

1. प्रारंभिक स्थिति (Rest Position): गोली चलाने से पहले, बंदूक और उसके अंदर की गोली दोनों **विराम अवस्था (Rest)** में होते हैं।

- मान लीजिए बंदूक का द्रव्यमान m_1 है और गोली का द्रव्यमान m_2 है।
- चूंकि दोनों रुके हुए हैं, इसलिए उनकी प्रारंभिक गति (u_1 और u_2) शून्य होती है।
- अतः, **टक्कर (फायर) से पहले का कुल संवेग शून्य (0) होता है** ($m_1u_1+m_2u_2=0$)।

2. फायरिंग की स्थिति (Fire Position): जैसे ही बंदूक से गोली चलाई जाती है:

- गोली v_2 वेग के साथ **आगे की ओर** निकलती है।
- बंदूक v_1 वेग के साथ **पीछे की ओर** हटती है।

3. संवेग संरक्षण के आधार पर कारण: संवेग संरक्षण के नियम के अनुसार, "टक्कर (या घटना) के पहले का कुल संवेग, बाद के कुल संवेग के बराबर होना चाहिए"।

- **सूत्र:** $m_1u_1+m_2u_2=m_1v_1+m_2v_2$
- चूंकि प्रारंभिक संवेग शून्य था, इसलिए अंतिम संवेग का योग भी शून्य होना चाहिए: $0=m_1v_1+m_2v_2$ या $m_1v_1=-m_2v_2$।

निष्कर्ष: यहाँ ऋणात्मक चिह्न (-) यह दर्शाता है कि बंदूक की गति की दिशा (v_1), गोली की गति की दिशा (v_2) के **विपरीत** होगी। निकाय (System) के कुल संवेग को शून्य बनाए रखने के लिए, जितनी तीव्रता से गोली आगे बढ़ती है, बंदूक उतनी ही तीव्रता से पीछे की ओर धक्का देती है। इसी प्रतिक्रिया को **'रिक्वॉयल ऑफ गन' (Recoil of Gun)** कहा जाता है

न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण नियम (Newton's Law of Gravitation) और सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक (G) की व्याख्या स्रोतों के आधार पर नीचे दी गई है:

न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण नियम

न्यूटन के नियम के अनुसार, यदि दो पिंड जिनका द्रव्यमान क्रमशः m_1 और m_2 है, एक-दूसरे से r दूरी पर स्थित हों, तो उनके बीच एक आकर्षण बल कार्य करता है। यह बल निम्नलिखित दो बातों पर निर्भर करता है:

1. **द्रव्यमान के गुणनफल के समानुपाती:** लगने वाला बल (F) दोनों पिंडों के द्रव्यमानों के गुणनफल के समानुपाती होता है ($F \propto m_1 m_2$)।
2. **दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती:** यह बल उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है ($F \propto 1/r^2$)।

इन दोनों को मिलाने पर गुरुत्वाकर्षण का सूत्र प्राप्त होता है: $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ यहाँ G एक नियतांक है, जिसे **सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक (Universal Gravitational Constant)** कहा जाता है।

सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक (G) का मात्रक

G का मात्रक निकालने के लिए सूत्र को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है: $G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$।

- बल (F) का मात्रक: **न्यूटन (N)**
- दूरी (r) का मात्रक: **मीटर (m)**
- द्रव्यमान (m) का मात्रक: **किग्रा (kg)**

अतः G का SI मात्रक **न्यूटन मीटर^2 / किग्रा^{2} ($N \cdot m^2/kg^2$)** होता है।

G की विमा (Dimension)

G की विमा निकालने के लिए हम बल, दूरी और द्रव्यमान की विमाओं का उपयोग करते हैं। स्रोतों के अनुसार, इसकी गणना के बाद G की विमा निम्नलिखित प्राप्त होती है: $[M^{-1}L^3T^{-2}]$

विमा की गणना का संक्षिप्त विवरण:

- न्यूटन (बल) की विमा: $[M^1L^1T^{-2}]$
- दूरी (r^2) की विमा: $[L^2]$
- द्रव्यमान ($m_1 \cdot m_2$) की विमा: $[M^2]$
- इन सभी को G के सूत्र में रखने पर अंतिम विमा $[M^{-1}L^3T^{-2}]$ आती है।

गुरुत्वीय त्वरण (g) और गुरुत्वाकर्षण नियतांक (G) के बीच संबंध स्थापित करने की प्रक्रिया स्रोतों के आधार पर नीचे दी गई है:

मान लीजिए पृथ्वी का द्रव्यमान M है और इसकी त्रिज्या (Radius) R है। यदि पृथ्वी की सतह पर m द्रव्यमान की कोई वस्तु रखी है, तो:

1. **न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम के अनुसार:** पृथ्वी द्वारा उस वस्तु पर लगाया गया आकर्षण बल (F) निम्नलिखित होगा: $F=R2GMm$
2. **गुरुत्व बल के अनुसार:** हम जानते हैं कि किसी वस्तु पर कार्य करने वाला बल उसके द्रव्यमान और गुरुत्वीय त्वरण के गुणनफल के बराबर होता है: $F=mg$
3. **संबंध स्थापित करना:** चूंकि दोनों समीकरण एक ही बल (F) को प्रदर्शित कर रहे हैं, इसलिए हम इन्हें बराबर रख सकते हैं: $mg=R2GMm$
4. **सरलीकरण:** समीकरण के दोनों पक्षों से वस्तु का द्रव्यमान (m) कट जाएगा: $g=R2GM$

निष्कर्ष: यह समीकरण गुरुत्वीय त्वरण (g) और गुरुत्वाकर्षण नियतांक (G) के बीच के संबंध को दर्शाता है। इससे यह स्पष्ट होता है कि पृथ्वी पर **g का मान वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता**, बल्कि यह पृथ्वी के द्रव्यमान (M) और उसकी त्रिज्या (R) पर निर्भर करता है।

स्रोतों के अनुसार, पृथ्वी की सतह से **ऊपर (Height)** जाने पर या सतह से **नीचे (Depth)** गहराई में जाने पर g के मान में **कमी** आती है।

पृथ्वी की सतह से ऊपर जाने या नीचे गहराई में जाने पर गुरुत्वीय त्वरण (g) के मान में होने वाले परिवर्तनों का विवरण स्रोतों के आधार पर नीचे दिया गया है:

- **पृथ्वी की सतह से ऊपर (Height) जाने पर:** जब हम पृथ्वी की सतह से ऊंचाई (h) पर जाते हैं, तो पृथ्वी के केंद्र से दूरी बढ़कर (R_e+h) हो जाती है। इस कारण गुरुत्वीय त्वरण का मान **कम** हो जाता है,। गणितीय गणना दर्शाती है कि सतह से ऊपर जाने पर प्राप्त होने वाला नया मान (g') सतह पर मौजूद मान (g) की तुलना में हमेशा कम होता है।
- **पृथ्वी की सतह से नीचे (Depth) जाने पर:** यदि हम पृथ्वी की सतह से गहराई (d) में नीचे जाते हैं, तब भी गुरुत्वीय त्वरण (g) के मान में **कमी** आती है,। गहराई में जाने पर प्रभावी त्रिज्या (R_e-d) कम हो जाती है, जिससे g का मान घटता जाता है,।

निष्कर्ष: स्रोतों के अनुसार, पृथ्वी की सतह पर g का मान सर्वाधिक होता है। यदि आप **सतह से ऊपर जाएंगे तब भी g कम होगा** और यदि आप **सतह से नीचे (अंदर) आएंगे तब भी यह कम ही होगा।**

पृथ्वी के केंद्र पर g का मान कितना होता है?

स्रोतों के आधार पर, **पृथ्वी के केंद्र पर g का मान शून्य (0) होता है।**
इसकी व्याख्या निम्नलिखित बिंदुओं से की जा सकती है:
• **गहराई के साथ परिवर्तन:** स्रोत के अनुसार, पृथ्वी की सतह से नीचे (गहराई में) जाने पर गुरुत्वीय त्वरण (g) के मान में **कमी** आती है।
• **गणितीय सूत्र:** गहराई (d) पर g का मान ज्ञात करने के लिए स्रोतों में यह सूत्र दिया गया है: $g'=g(1-d/R_e)$। यहाँ R_e पृथ्वी की त्रिज्या है।
• **केंद्र पर स्थिति:** जब हम पृथ्वी के केंद्र पर पहुँचते हैं, तो गहराई (d), पृथ्वी की त्रिज्या (R_e) के बराबर हो जाती है ($d=R_e$)।
• **परिणाम:** इस मान को सूत्र में रखने पर, $g'=g(1-R_e/R_e)=g(1-1)=0$ प्राप्त होता है, जो यह सिद्ध करता है कि केंद्र पर गुरुत्वीय त्वरण शून्य हो जाता है।
संक्षेप में, पृथ्वी की सतह से ऊपर जाने या नीचे केंद्र की ओर जाने, दोनों ही स्थितियों में g का मान कम होता है और केंद्र पर पहुँचते ही यह पूरी तरह समाप्त (शून्य) हो जाता है。

G के सार्वत्रिक नियतांक होने का क्या अर्थ है?

Newton के गुरुत्वाकर्षण नियम ($F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$) में G को **सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक (Universal Gravitational Constant)** कहा जाता है। इसके "सार्वत्रिक" होने का अर्थ निम्नलिखित है:
• **स्थिर मान:** इसका मान **ब्रह्मांड में हर स्थान पर समान** रहता है। यह इस बात पर निर्भर नहीं करता कि पिंड पृथ्वी पर हैं, चंद्रमा पर हैं या अंतरिक्ष में कहीं और।
• **माध्यम से स्वतंत्र:** G का मान दो पिंडों के बीच मौजूद **माध्यम (Medium)** पर निर्भर नहीं करता है। उदाहरण के लिए, यदि दो पिंडों के बीच हवा है या पानी, उनके बीच गुरुत्वाकर्षण नियतांक G का मान नहीं बदलेगा।
• **पिंडों की प्रकृति:** यह पिंडों के भौतिक गुणों, जैसे उनके आकार, तापमान या रासायनिक संरचना पर भी निर्भर नहीं करता है。
जैसा कि स्रोतों में बताया गया है, G का मात्रक **न्यूटन मीटर^2 / किग्रा^{2}** ($N\cdot m^2/kg^2$) है और इसकी विमा $[M^{-1}L^3T^{-2}]$ होती है। यह एक मौलिक भौतिक नियतांक है जो पूरे ब्रह्मांड के लिए एक समान रहता है।

क्या वस्तु के द्रव्यमान बदलने से g पर कोई प्रभाव पड़ता है?

नहीं, वस्तु के द्रव्यमान (m) को बदलने से g **(गुरुत्वीय त्वरण) के मान पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।** स्रोतों के अनुसार, इसे निम्नलिखित प्रकार से समझा जा सकता है:

• **द्रव्यमान का कटना:** जब गुरुत्वीय त्वरण (g) और गुरुत्वाकर्षण नियतांक (G) के बीच संबंध स्थापित किया जाता है, तो गुरुत्वाकर्षण बल के दो सूत्रों ($f=mg$ और $f=r2GMm$) को एक-दूसरे के बराबर रखा जाता है।

• **गणितीय संबंध:** इस प्रक्रिया में समीकरण के दोनों पक्षों से **वस्तु का द्रव्यमान (m) कट जाता है** (m से m कैंसिल)।

• **अंतिम सूत्र:** इसके परिणामस्वरूप प्राप्त होने वाला सूत्र $g=r2GM$ होता है।

निष्कर्ष: इससे यह सिद्ध होता है कि g का मान केवल **पृथ्वी के द्रव्यमान (M)** और उसकी **त्रिज्या (r)** पर निर्भर करता है। यही कारण है कि यदि आप अलग-अलग द्रव्यमान वाली दो वस्तुओं को एक साथ गिराते हैं, तो उन पर कार्य करने वाला गुरुत्वीय त्वरण समान रहता है।